令和２年８月１日（土）9:00～12:00

大阪大学大学院情報科学研究科

コンピュータサイエンス専攻
情報システム工学専攻
情報ネットワーク学専攻
マルチメディア工学専攻
バイオ情報工学専攻

令和３年度　博士前期課程　入試問題

（A）情報工学

【注意事項】

- 問題数は必須問題２題（問題 1～2），選択問題５題（問題 3～7），合計７題である．
  必須問題は２題すべて解答すること．また，選択問題は２題を選択して解答すること．
- 問題用紙は表紙を含めて 11 ページである．
- 解答用紙は全部で４枚ある．
  １枚目（赤色）の解答用紙には問題１（必須問題）の解答を
  ２枚目（青色）の解答用紙には問題２（必須問題）の解答を
  ３枚目（白色）の解答用紙には問題 3～7（選択問題）から選択した１題の解答を
  ４枚目（白色）の解答用紙には問題 3～7（選択問題）から選択したもう１題の解答を
  それぞれ記入すること．
  解答用紙は間違えると採点されないことがあるので注意すること．
- 解答用紙は４枚すべてを回収するので，すべての解答用紙に受験番号を記入すること．
- 解答用紙の「試験科目」の欄には解答した問題の科目名（「アルゴリズムとプログラミング」など）を記入すること．
  また，選択問題調査票には，選択した問題の番号（3～7 から二つ）に○をつけること．
- 解答欄が不足した場合は裏面を使用すること．その際，表面末尾に「裏面に続く」と明記しておくこと．解答用紙の追加は認めない．
- 解答用紙には，日本語または英語で解答すること．

1 【必須問題】アルゴリズムとプログラミング

配点: (1) 15, (2-1) 30, (2-2) 20, (2-3) 15, (2-4) 20, (2-5) 25

図 1 に示す ANSI-C 準拠である C 言語のプログラム (program) A は，先入れ先出しキュー (first-in first-out queue) のプログラムである．プログラムに対する入力は図 2 に示すような形式 (format) のファイル qdata.txt で与えられ，1 行目に操作の回数，2 行目以降の各行はキューに対する操作を表す．操作として 0 が与えられた場合はキューから 1 つデータを取り出し，正の整数 (positive integer) が与えられた場合はその数をデータとしてキューに格納する．以下の各問に答えよ．

(1) プログラム A を図 2 に示す qdata.txt を与えて実行することを考える．プログラム A が動作開始してから終了するまでに出力する内容を書け．

(2) 図 1 の 13～18 行目で定義されている関数 enqueue を以下の図で示すように変更して，図 1 に示すプログラム A を優先度つきキュー (priority queue) のプログラム B としたい．プログラム B では，要素をキューに挿入する際，関数 enqueue でキューに用いる配列の要素を優先度 (priority) の高い順に整列する。なお，優先度はキューに挿入される数字自身で与えられ，値が大きいほど優先度が高いとする．以下の各問に答えよ．

```
void enqueue (int d) {
    int i;
    if ((qtail + 1) % NMAX != qhead) {
        for (i = qtail; i != qhead && [    (A)    ] < [ (B) ]; i = (i - 1 + NMAX) % NMAX) {
            qd[i] = [    (C)    ];
        }
        [ (D) ] = d;
        qtail = (qtail + 1) % NMAX;
    } else exit(1);
}
```

(2-1) 上記図中の関数 enqueue にある空欄(A)～(D)を適切な式で埋めて，プログラム B を完成させよ．

(2-2) プログラム B で実現される優先度付きキューが保持できるデータ数は，最大でいくつか書け．

(2-3) プログラム B を図 2 に示す qdata.txt を与えて実行することを考える．プログラム B が動作開始してから終了するまでに出力する内容を書け．

(2-4) 図 2 の qdata.txt における 2 行目以降を並び変えたデータを入力としてプログラム B を実行することを考える．上記図中における「qd[i] = $\boxed{\text{(C)}}$;」で示す行の実行回数が最大となるような qdata.txt を示せ．

(2-5) プログラム B の入力に与える操作の回数を N とする (ただし N>NMAX とする)．上記図中における「qd[i] = $\boxed{\text{(C)}}$;」で示す行の実行回数が最大になる時は，入力 qdata.txt がどのようなデータとなっている場合か，説明せよ．

```c
#include <stdio.h>
#include <stdlib.h>
#define NMAX 256

int qd[NMAX], qhead, qtail;

void printqueue (void) {
        int i;
        for (i = qhead; i != qtail; i = (i + 1) % NMAX)
                printf("p %d¥n", qd[i]);
}

void enqueue (int d) {
        if ((qtail + 1) % NMAX != qhead) {
                qd[qtail] = d;
                qtail = (qtail + 1) % NMAX;
        } else exit(1);
}

void dequeue (void) {
        int i;
        if (qhead != qtail) {
                printf("d %d¥n", qd[qhead]);
                qhead = (qhead + 1) % NMAX;
        } else exit(1);
}

int main (void) {
        FILE *fp;
        int n, i, d;

        qhead = 0; qtail = 0;
        fp = fopen("qdata.txt", "r");
        fscanf(fp, "%d¥n", &n);
        for (i = 0; i < n; i++) {
                fscanf(fp, "%d¥n", &d);
                if (d == 0) dequeue();
                else if (d > 0) enqueue(d);
        }
        fclose(fp);
        printqueue();
        return 0;
}
```

図１　プログラムＡ

```
7
4
0
2
3
0
5
1
```

図２　qdata.txt

2 【必須問題】計算機システムとシステムプログラム

配点： (1-1) 36, (1-2) 18, (2-1) 24, (2-2) 24, (2-3) 23

(1) ハードディスク（hard disk）に関する以下の各問に答えよ．

(1-1) 空欄 (あ) ～ (う) に入る適切な語を選択肢(A)～(G)から選べ．ただし，一つの選択肢を複数回用いてはならない．また，空欄 <エ> を適切な値で埋めよ．

ハードディスクは，データを記録する 1 枚以上のディスクを有するが，あるディスクの，ある表面に同心円上に並ぶ記録エリアをまとめて (あ) と呼ぶ．ハードディスク全体における同心円上にある全ての (あ) をまとめて (い) と呼ぶ． (あ) は，ハードディスク側の読み書きの最小単位 (う) の集合である．OS（operating system）側は (う) を一つ以上まとめたブロック（block）単位で読み書きを行う．

ディスク枚数 1, (い) 数 31,250, (い) あたりの (あ) 数 2, (あ) あたりの (う) 数 1,000, (う) あたりの容量 4 [キロバイト] (kbyte) であるハードディスクの容量は, <エ> [テラバイト] (Tbyte) である．ただし，1 [テラバイト] = 10^9 [キロバイト]とする．

選択肢

(A) スピンドルモーター（spindle motor） (B) セクタ（sector） (C) プラッタ（platter） (D) クラスタ（cluster）
(E) シリンダ（cylinder） (F) トラック（track） (G) ヘッド（head）

(1-2) ディスクの回転数が 10,000 [回転/分]（rpm）であるとき，ヘッドの移動を終えた後，ディスクが必要な位置に回転するまでの時間である回転待ち時間（回転遅延時間）（rotational delay）の平均を，単位を秒（s）で求めよ．

(2) ファイルが使用しているブロックを表 1 のように管理し，1 ブロックが 4 [キロバイト]であるファイルシステムを想定する．すでに表 1 のように 12 [キロバイト]のファイル A が格納されている場合について，以下の各問に答えよ．表 1 のファイルの使用ブロックの管理では，ファイルを格納する先頭のブロックのブロック番号を記憶し，行 ii に，行 i のブロック番号が示すブロックの次に来るブロックのブロック番号を格納し，次に来るブロックがない場合は “end” を格納する．

表 1

ファイル A の先頭のブロック番号：0

i：ブロック番号	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
ii：次のブロック番号	1	2	end									

(2-1)　ブロック番号が不連続な空きブロックの列で空き領域を管理する仕組みを表 1 に追加した表 2 のようなファイルシステムを想定する．表 2 における空き領域のブロック番号の列は，空き領域の先頭のブロック番号 3 で始まり，行iが 3 の列の行iiにより 6 と続き，最後は 11 で終わる．行 i が 11 の列の行 ii は空き領域の末尾であるため “end” となる．空きブロックを n 個使用するときは，この空き領域のブロック番号の列を先頭からそのままの順序で n 番目まで使用し，$n+1$ 番目を空き領域の新しい先頭のブロック番号とする．表 2 に対し，15 [キロバイト]のファイル B を追加した状態を解答欄に記述せよ．ただし，表 1 のように矢印を解答欄に記述する必要はない．

表 2

ファイル A の先頭のブロック番号：0　空き領域の先頭のブロック番号：3

i：ブロック番号	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
ii：次のブロック番号	1	2	end	6	7	4	8	9	5	10	11	end

(2-2)　表 1 の空き領域をビットマップ（bitmap）で管理するファイルシステムを想定する．空きブロックを取得するときは，表 3 の行 ii に対し未使用を示す 1 を，ブロック番号の小さい方から探し，1 を見つけたら即時に，行 i のブロック番号を取得し，ファイル B の格納に使用し，行iiの空き状態を 1 から 0 に更新するものとする．表 1 に対して，15 [キロバイト]のファイル B を追加した状態を解答欄に記述せよ．ただし，表 1 のように矢印を解答欄に記述する必要はない．

表 3

i：ブロック番号	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
ii：空き状態	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1

(2-3)　大量のブロックを有し，問(2-2)のように空き領域をビットマップのみで管理し，空きブロックを先頭から探すファイルシステムを想定する．多数のファイルを追加し続け，空きブロック数が極めて少なくなったとき，空きブロックのブロック番号の探索時間は，空きブロック数が多いときと比べてどのように変化するか，理由とともに簡潔に述べよ．

3 【選択問題】離散構造 （情報工学 5/10）

配点：(1) 15，(2) 25，(3) 25，(4-1) 10，(4-2) 15，(5-1) 10，(5-2) 10，(6) 15

非負の整数全体の集合を $\mathbb{Z}_0$ と書く．実数 x に対して，x を超えない最大の整数を $\lfloor x \rfloor$ と書く．任意の $n \in \mathbb{Z}_0$ に対して，実区間 $[0,\infty)$ から $[0,\infty)$ への写像（mapping）f_n を以下の漸化式（recurrence relation）により定める．

$$f_{n+1}(x) = x\lfloor f_n(x) \rfloor,\ f_0(x) = 1,\ x \in [0,\infty)$$

以下の各問に答えよ．

(1) 次の値をそれぞれ求めよ：$f_1(1.5)$，$f_2(2.5)$，$f_3(3.5)$．

(2) 命題（proposition）「ある $n \in \mathbb{Z}_0$ が存在し f_n は単射（injective）である」の真偽を判定せよ．その理由を述べよ．

(3) 命題「$n \in \mathbb{Z}_0$ が正かつ偶数ならば f_n は全射（surjective）である」の真偽を判定せよ．その理由を述べよ．

(4) $\mathbb{Z}_0$ における以下の二項関係（binary relation）を考える．

$$R = \{(k,\ell) \in \mathbb{Z}_0 \times \mathbb{Z}_0 \mid k = f_n(h/2) \text{ かつ } \ell = f_m(h/2) \text{ を満たす } h,\, n,\, m \in \mathbb{Z}_0 \text{ が存在する }\}$$

以下の各問に答えよ．

(4-1) R が反射的 (reflexive) であるかを判定せよ．その理由を述べよ．

(4-2) R が反対称的（antisymmetric）であるかを判定せよ．その理由を述べよ．

(5) 方程式

$$f_2(x) = 171 \tag{1}$$

を考える．以下の各問に答えよ．

(5-1) 非負の実数 x が方程式 (1) の解であると仮定する．ある実数 $\epsilon \in [0,1)$ が存在し $x = 13 + \epsilon$ が成り立つことを示せ．

(5-2) 方程式 (1) の解を一つ求めよ．

(6) 方程式

$$f_3(x) = 171 \tag{2}$$

の解を一つ求めよ．

4 【選択問題】計算理論

配点：(1) 15, (2) 15, (3) 30, (4) 35, (5) 30

文脈自由文法 (context-free grammar) は一般に $G = (V, T, P, S)$ で定められる．ここで V は変数 (variable; 非終端記号 nonterminal symbol) の集合，T は終端記号 (terminal symbol) の集合，P は生成規則 (production rule) の集合，S は出発記号 (start symbol) であり，$S \in V$ である．文脈自由文法 G_1 および G_2 を，それぞれ以下のように定める．

$$G_1 = (\{S,\ A\},\ \{+,\ *,\ (,\ ),\ a\},\ P_1,\ S),$$
$$P_1 = \{S \to A,\ S \to S + S,\ A \to (S),\ A \to a,\ A \to A * A\}$$

$$G_2 = (\{S,\ A\},\ \{+,\ *,\ (,\ ),\ a\},\ P_2,\ S),$$
$$P_2 = \{S \to a,\ S \to S + S,\ S \to A * A,\ A \to (S + S),\ A \to a,\ A \to A * A\}$$

G_1 と G_2 は，変数の集合，終端記号の集合，出発記号が共通であり，生成規則のみが異なる文脈自由文法である．G_1 および G_2 に関する以下の各問に答えよ．

(1) G_1 によって生成される長さが 5 の文字列を全て示せ．

(2) G_2 によって生成される長さが 5 の文字列を全て示せ．

(3) G_1 によって生成される言語 (文字列の集合) を W_1，G_2 によって生成される言語を W_2 とする．差集合 (difference set) $W_1 - W_2$ に含まれる文字列を，終端記号 'a' が数，終端記号 '$+$' が加算演算子，'$*$' が乗算演算子，'(' および ')' を括弧とする数式として解釈した時，差集合 $W_1 - W_2$ に含まれる文字列に存在する終端記号 '(' および ')' が数式の値に与える影響について記述せよ．

(4) G_1 はあいまい (ambiguous) である．例えば，$a + a + a$ の導出木 (derivation tree) は二つ存在する．G_1 によって生成される言語を生成し，あいまいでない文脈自由文法 G_3 を考える．

$$G_3 = (\{S,\ A\},\ \{+,\ *,\ (,\ ),\ a\},\ P_3,\ S),$$
$$P_3 = \{\boxed{\qquad\qquad\qquad\text{(あ)}\qquad\qquad\qquad}\}$$

空欄 (あ) に入れるべき生成規則を答えよ．生成規則の数は 6 以下とする．また，どのような方針でその生成規則を考案したのかについても記述せよ．

(5) G_1 によって生成される言語を認識する決定性有限オートマトン (deterministic finite automaton) は存在しない．G_1 を一部変更した以下の文脈自由文法 G_{1a} および G_{1b} によって生成される言語を認識する決定性有限オートマトンが存在するかどうかを，それぞれの文法について答えよ．存在しない場合には (正則言語でない場合には) そう考えた根拠を簡潔に記述せよ．存在する場合にはその決定性有限オートマトンの状態遷移図 (state transition diagram) を書くこと．状態遷移図の状態の総数は 4 以下とする．開始状態 (start state) には太い矢印 (thick arrow) を付与し，最終状態 (final state) は二重丸 (double circle) で表現すること．また，全ての状態において，全ての入力記号 (input symbol) に対する遷移を表記すること．

$$G_{1a} = (\{S,\ A\},\ \{(,\ ),\ a\},\ P_{1a},\ S),$$
$$P_{1a} = \{S \to A,\ A \to (S),\ A \to a\}$$

$$G_{1b} = (\{S,\ A\},\ \{+,\ *,\ a\},\ P_{1b},\ S),$$
$$P_{1b} = \{S \to A,\ S \to S + S,\ A \to a,\ A \to A * A\}$$

5 【選択問題】ネットワーク

配点: (1-1) 10, (1-2-1) 15, (1-2-2) 20, (1-3) 10, (1-4) 10, (1-5) 20, (2-1) 20, (2-2) 15, (2-3) 5

(1) イーサネット (Ethernet) を説明する以下の文章を読んで，以下の各問に答えよ．

> Carrier Sense Multiple Access/Collision Detection (CSMA/CD) を採用し，同軸ケーブル (coaxial cable) を媒体として用いるイーサネットでは，ステーション (station) は，同軸ケーブル上の $\boxed{\text{(あ)}}$ を検出しない場合にのみフレーム (frame) を伝送する．次に，フレームを伝送している間に衝突 (collision) を検出すると，フレームの伝送を中断し，$\boxed{\text{(い)}}$ を伝送する．その後，フレームの再送 (retransmission) を試みる．

(1-1) 上記の文章の空欄 $\boxed{\text{(あ)}}$ と $\boxed{\text{(い)}}$ を適切な語句で埋めよ．

(1-2) 2 台のステーション A と B が同軸ケーブルで接続されており，他のステーションは接続されていないものとする．このとき，以下の各問に答えよ．なお，解答にあたって，プリアンブル (preamble) および開始フレーム識別子 (start frame delimiter) の長さは考えない．また，必要に応じて以下の記号を用いても良い．

- C [ビット/秒]：A-B 間の同軸ケーブルの帯域
- L [メートル]：A-B 間の同軸ケーブル長
- $L_{\max}$ [メートル]：イーサネットの最大同軸ケーブル長
- V [メートル/秒]：同軸ケーブル上の信号伝搬速度
- F_A [ビット]：A が送信したフレーム長
- F_B [ビット]：B が送信したフレーム長
- $F_{\min}$ [ビット]：イーサネットの最小フレーム長
- $F_{\max}$ [ビット]：イーサネットの最大フレーム長

(1-2-1) A が送信したフレームが B に到着するのに要する時間を答えよ．フレーム到着に要する時間は，A がフレームの最初のビット送信を開始してからそのビットが B に到着する時間とする．

(1-2-2) A と B が同時にフレームを送信したとする．B がフレームの衝突を検出するために B が送信したフレーム長が満たすべき条件を導出せよ．

(1-3) イーサネットで同軸ケーブルの最大長が規定されている理由を説明せよ．

(1-4) 同軸ケーブルの最大長を超えてフレームを伝送するためにブリッジが果たす役割を説明せよ．

(1-5) 再送によるフレームの再衝突を軽減するための仕組みを説明せよ．

(2) 送信者から受信者へ中継点一箇所を介して通信を行う．送信者から中継点までの通信路は記号誤り率 ε_1 の，中継点から受信者までの通信路は記号誤り率 ε_2 の，2 元対称通信路 (binary symmetric channel) とする ($\varepsilon_1 \leq 1/2$, $\varepsilon_2 \leq 1/2$)．中継点は受信した記号をそのまま送出する．送信者と受信者の間を一つの通信路 Γ とみなしたとき，Γ は 2 元対称通信路であることを以下の順に示せ．

(2-1) 送信者から記号 $a \in \{0,1\}$ が送られたとの条件の下で，受信者が記号 $b \in \{0,1\}$ を受信する確率を $p(b|a)$ で表す．$p(0|0), p(1|1), p(0|1), p(1|0)$ をそれぞれ，$\varepsilon_1, \varepsilon_2$ で表せ．

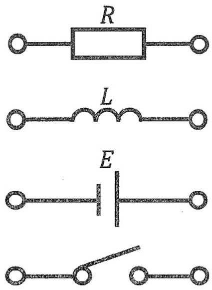
(2-2) $a \neq b$ ならば，$p(b|a) \leq 1/2$ であることを示せ．

(2-3) 通信路 Γ が 2 元対称通信路であることを説明せよ．

配点：(1-1) 15, (1-2) 15, (1-3) 35, (2-1) 30, (2-2) 30

(1) 図 1 の回路 (circuit) について以下の問に答えよ．なお，図中の記号は以下の凡例に従うとする．また，スイッチ (switch) S は時刻 $t=0$ で閉じる．時刻 $t<0$ において回路は定常状態 (steady state) にあるとする．

凡例



抵抗値 (resistance) R を持つ抵抗

インダクタンス (inductance) L を持つインダクタ

電圧 (voltage) E の直流電圧源

スイッチ

(1-1) 時刻 $t<0$ においてインダクタに流れる電流 i を求めよ．

(1-2) スイッチを閉じてから十分時間が経過し，回路が定常状態にあるときのインダクタに流れる電流 i を求めよ．

(1-3) 時刻 $t \geq 0$ においてインダクタに流れる電流 i を時刻 t の関数として表せ．

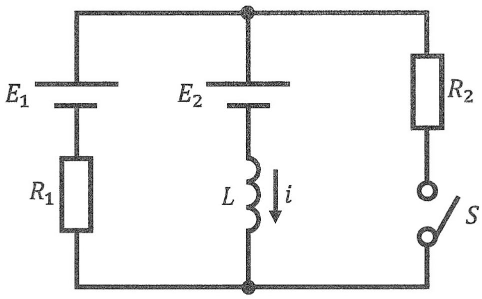


図 1

(2)　図 2 に示すクロック信号 (clock signal) CLK を持つ同期式順序回路 (synchronous sequential circuit) について考える．この順序回路の初期状態 (initial state) では $(Q_2, Q_1, Q_0) = (0,0,0)$ と出力 (output) される．Q_2，Q_1，Q_0 を出力する D フリップフロップ (D flip-flop) の入力 (input) を D_2，D_1，D_0 とするとき，以下の問に答えよ．

(2-1) 図 2 に示す同期式順序回路の状態遷移表 (state transition table) を表 1 に示す．表 1 の空欄 $\boxed{\text{a}}$ ～ $\boxed{\text{h}}$ を適切に埋めよ．

(2-2) 図 2 に示す同期式順序回路に組合せ論理回路 (combinational logic circuit) を接続して 4 進ダウンカウンタを実現したい．この組合せ論理回路の出力を (K_1, K_0) としたとき，(K_1, K_0) はクロックに同期して $(0,0) \rightarrow (1,1) \rightarrow (1,0) \rightarrow (0,1) \rightarrow (0,0) \rightarrow \ldots$ と出力する．実現する 4 進ダウンカウンタの初期状態では $(K_1, K_0) = (0,0)$ と出力されるとき，K_1 と K_0 の論理関数 (logic function) の最簡積和形 (minimum sum of products) を Q_2，Q_1，Q_0 を用いて表せ．

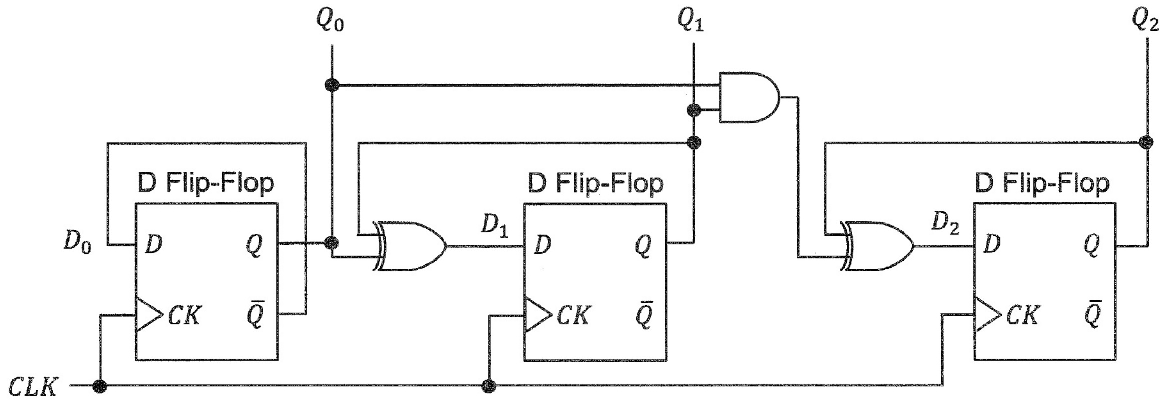


図 2

表 1

現状態 (Q_2, Q_1, Q_0)	次状態 (D_2, D_1, D_0)
(0, 0, 0)	($\boxed{\text{a}}$)
(0, 0, 1)	($\boxed{\text{b}}$)
(0, 1, 0)	($\boxed{\text{c}}$)
(0, 1, 1)	($\boxed{\text{d}}$)
(1, 0, 0)	($\boxed{\text{e}}$)
(1, 0, 1)	($\boxed{\text{f}}$)
(1, 1, 0)	($\boxed{\text{g}}$)
(1, 1, 1)	($\boxed{\text{h}}$)

7 【選択問題】数学解析と信号処理 （情報工学 10/10）

配点: (1)40, (2-1)35, (2-2)40, (3)10

区間 $(0,+\infty)$ で定義される関数 $f(t)$ と $g(t)$ のラプラス変換 (Laplace transform)$\mathcal{F}(s) = \mathcal{L}[f(t)](s)$ と $\mathcal{G}(s) = \mathcal{L}[g(t)](s)$ が存在するとする．線形時不変システム (linear time-invariant system) の入力を $f(t)$，出力を $g(t)$ と見なしたとき，このシステムの伝達関数 (transfer function)$H(s)$ は式 [1] のように求まる．

$$H(s) = \frac{\mathcal{G}(s)}{\mathcal{F}(s)} \qquad [1]$$

一方，$H(s)$ は式 [2] でも求められる．ただし，$*$ は合成積 (convolution) を示す．

$$H(s) = \frac{\mathcal{L}[f(t)*g(t)](s)}{\mathcal{L}[f(t)*f(t)](s)} \qquad [2]$$

以下の問に答えよ．

(1) 式 [3] が成り立つことを証明せよ．

$$\mathcal{L}[f(t)*g(t)](s) = \mathcal{F}(s)\mathcal{G}(s) \qquad [3]$$

また，式 [3] を用いて式 [4] が成り立つことを示せ．

$$H(s) = \frac{\mathcal{G}(s)}{\mathcal{F}(s)} = \frac{\mathcal{L}[f(t)*g(t)](s)}{\mathcal{L}[f(t)*f(t)](s)} \qquad [4]$$

(2) $f(t) = \cos t$，$g(t) = \sin t$ のとき，それらのラプラス変換と式 [1] を用いて $H(s)$ は求められる．一方，式 [3] を用いずに式 [2] の $\mathcal{L}[f(t)*g(t)](s)$ と $\mathcal{L}[f(t)*f(t)](s)$ を計算することで $H(s)$ を求めることを試みる．以下の問に答えよ．

(2-1) $\mathcal{L}[f(t)*g(t)](s)$ を計算するために，まず $f(t)*g(t)$ を計算する．区間 $(0,+\infty)$ において $f(t)*g(t)$ が式 [5] で求められることを証明せよ．

$$f(t)*g(t) = \cos t * \sin t = \frac{t}{2}\sin t \qquad [5]$$

(2-2) 式 [2] の $f(t)*g(t)$ と $f(t)*f(t)$ のラプラス変換を求めることで $H(s)$ を求めよ．

(3) 式 [2] による伝達関数の導出方法は信号処理の分野でノイズ対策としてしばしば用いられる．その理由を述べよ．